Sujet TSTG La Réunion juin 2011

Exercice 1 :

1. Réponse b : $f(1) = -1 + 10 + 2 \times \ln 1 = 9$

2. Réponse b : $f'(x) = -1 + 0 + 2 \times \frac{1}{x} = \frac{-x+2}{x}$

3. Réponse c :

Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 0 est égal à $g'(0)$.

$$g'(x) = \frac{(-1) \times e^x - (-x+10)\, e^x}{(e^x)^2} = \frac{e^x\,(x-11)}{(e^x)^2} = \frac{x-11}{e^x}$$

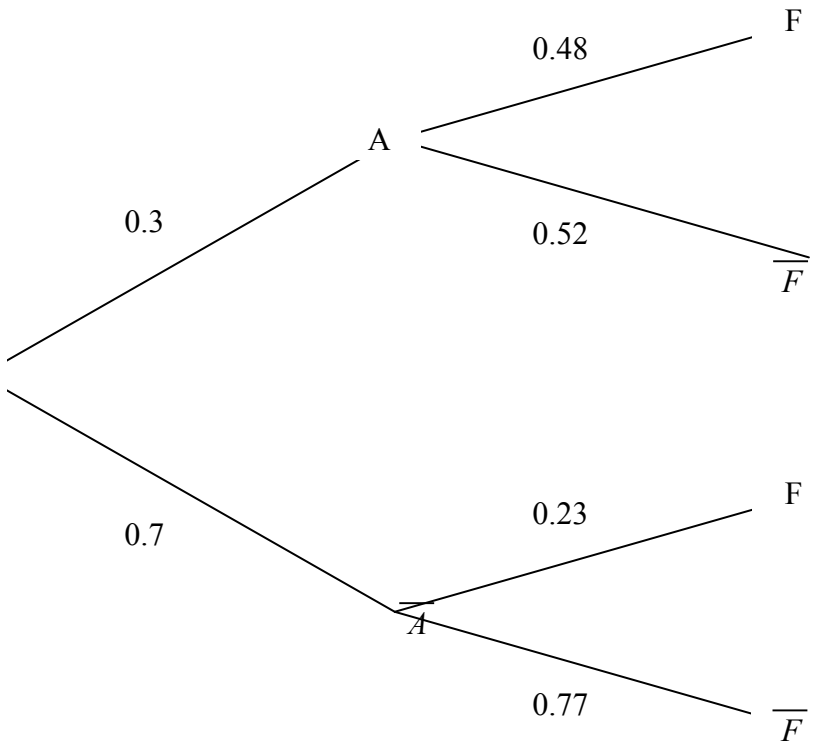
$g'(0) = -11$

Exercice 2 :

1. L'évènement $\overline{A}$ est défini par : « La fiche est celle d'un salarié âgé de plus de 34 ans »

et sa probabilité est : $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - 0,3 = 0,7$.

2. Arbre de probabilité.



3. $p(A \cap F) = p(A) \times p_A(F) = 0,3 \times 0,48 = 0,144$

4. A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers donc d'après la formule de probabilité totale

$p(F) = p(A \cap F) + p(\overline{A} \cap F) = 0,144 + p(\overline{A}) \times p_A(F) = 0,144 + 0,7 \times 0,23 = 0,305$

5. $p_F(\overline{A}) = \frac{p(\overline{A} \cap F)}{p(F)} = \frac{p(\overline{A}) \times p_{\overline{A}}(F)}{p(F)} = \frac{0,7 \times 0,23}{0,305} \approx 0,528$

Exercice 3

Partie A

1. Indice des ventes de cigarettes pour l'année 2002 : $\frac{80529}{82514} \times 100 \approx 98$

L'indice des ventes de cigarettes est proportionnel aux ventes, donc : $\frac{82514 \times 67}{100} = 55284,38 \approx 55284$ Donc les ventes de cigarettes en 2004 est de 55 284 millions

2. Une formule à saisir en D2 à recopier vers le bas est : « = C3*100/C2 »

3. Taux d'évolution du prix des cigarettes entre 2000 et 2009 :

$\frac{5,35 - 3,20}{3,20} = 0,6718$ soit 67.2%

Partie B

1. Puisque le prix des cigarettes augmente de 10 % par an, on a $u_{n+1} = u_n \times (1 + 0,1) = 1,1u_n$
Donc la suite (u_n) est géométrique de raison 1,1

2. $u_n = u_0 \times q^n = 5,60 \times 1,1^n$

L'année 2020 correspond au rang 10, donc on calcule $u_{10} = 5,6 \times 1,1^{10} \approx 14,52$
Prix d'un paquet de cigarettes en 2020 est d'environ 14.52 €.

3. Une formule à saisir en D3 à recopier vers le bas est : « =D2*0,96 »

4. La suite (v_n) est géométrique de raison 0,96 donc : $v_n = 5000 \times 0,96^n$
On cherche le rang n à partir duquel v_n soit inférieur à la moitié de 5000, c'est à dire 2500.

$v_n < 2500 \Leftrightarrow 5000 \times 0.96^n < 2500 \Leftrightarrow 0.96^n < 0.5 \Leftrightarrow n \ln 0.96 < \ln 0.5 \Leftrightarrow n > \frac{\ln 0.5}{\ln 0.96}$ car $\ln 0.96 < 0$

$\Leftrightarrow n > 17$

Donc le nombre de fumeurs aura diminué de moitié en 2027.
Or $u_{17} = 5.6 \times 1.1^{17} \approx 28.31$ donc le prix du paquet de cigarette sera alors de 28.31 €.

Exercice 4

Partie A

1. La calculatrice nous donne $a \approx 9.218$ et $b \approx 66.108$ donc on obtient l'équation : y = 9, 218x + 66, 018
2. a. Voir graphique
   b. $9,2 \times 11 + 66 = 167,20 \approx 167$
   L'estimation du prix au 1er janvier 2011 sera de 167 €
   c. $9,2x + 66 > 200 \Leftrightarrow 9.2x > 134 \Leftrightarrow x > \frac{134}{9.2} \approx 14.6$

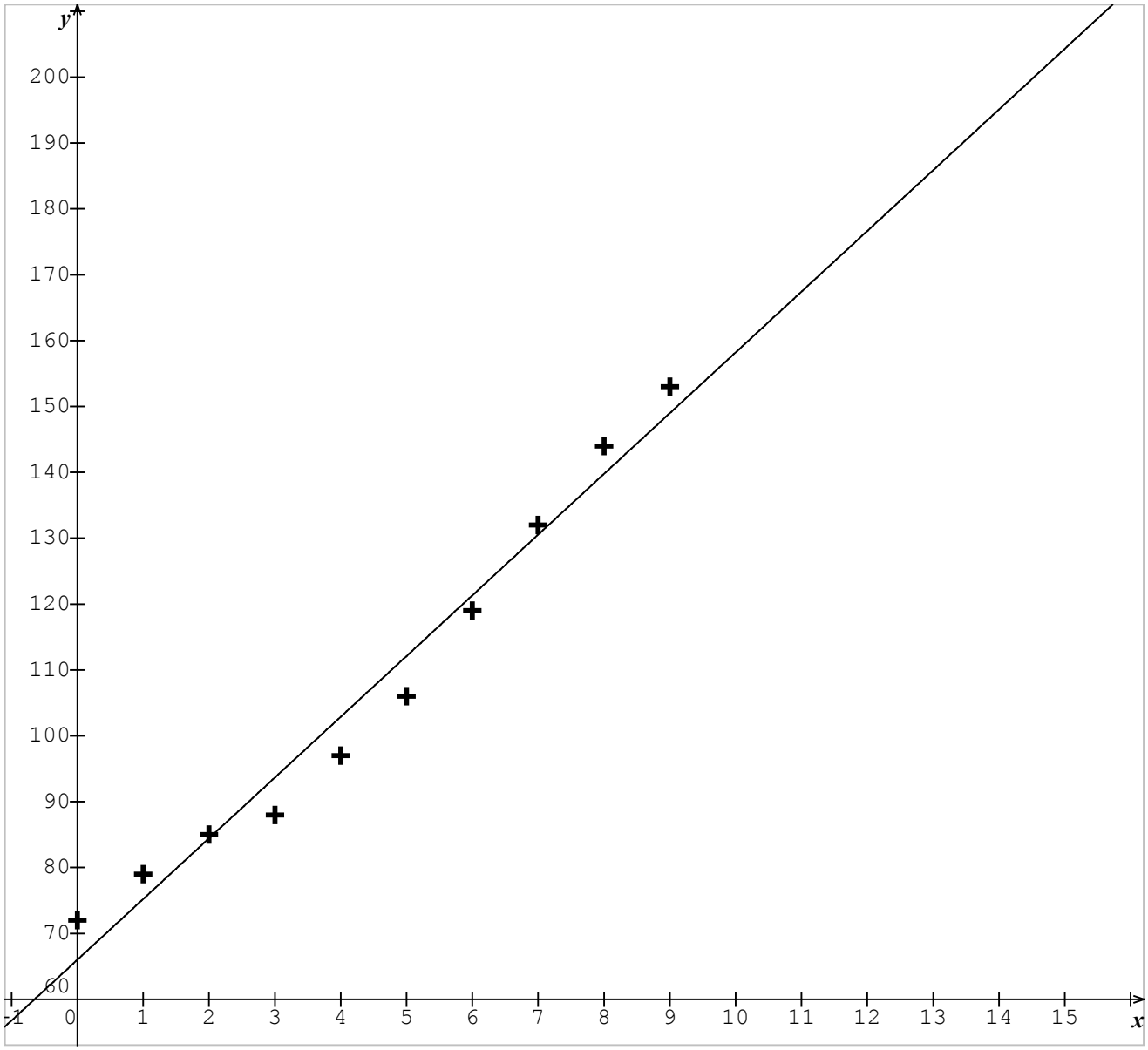
Donc le prix de l'article dépassera 200 € à partir du rang 15, c'est-à-dire au cours de l'année 2015.

3. a. $\frac{153 - 72}{72} = 1,125$ soit 112.5 %
   b. De 2000 à 2009, il y a 9 évolutions

Donc $(1 + t)^9 = 2.125 \Leftrightarrow 1 + t = 2.215^{1/9} \Leftrightarrow t = 2.215^{1/9} - 1 \approx 0.087$ soit 8.7%

Partie B

1. Au 1er janvier 2011 le rang x est égal à 11 et au 1er juillet 2011, le rang x est égal à 11,5.
$f(11) = 72 \times 1,087^{11} \approx 180$ et $f(11,5) = 72 \times 1,087^{11,5} \approx 188$
Donc, selon ce modèle, le prix arrondi à l'unité est, au 1er janvier 2011 180 € , et, au 1er juillet 2011 de 188 €.

2. La calculatrice nous donne :
$f(12, 2) \approx 199, 2$ et $f(12, 3) \approx 200, 9$ et $f(12, 25) \approx 200, 05$
Or : 0,2 an = 0,2 × 12 mois = 2,4 mois, et 0,25 ans = 0,25 × 12 mois = 3 mois
donc 12,2 ans correspond à une date du mois de mars 2012 et 12,25 ans correspond au 1er avril 2012. Donc, d'après ce modèle, l'article dépassera pour la 1ère fois 200 € au cours du mois de mars 2012.

Partie C
Le prix réel au 1er janvier 2011 est : 153 × 1, 15 = 175, 95
Or, le prix estimé dans la partie A est 167,20 € et 180 € dans la partie B.
Donc le meilleur modèle est celui de la partie B.