# Sujet TSTG Polynésie juin 2011

**Exercice 1 :**

I. Réponse c :
$f'(x) = 2e^x + 2x e^x = (2 + 2x) e^x$

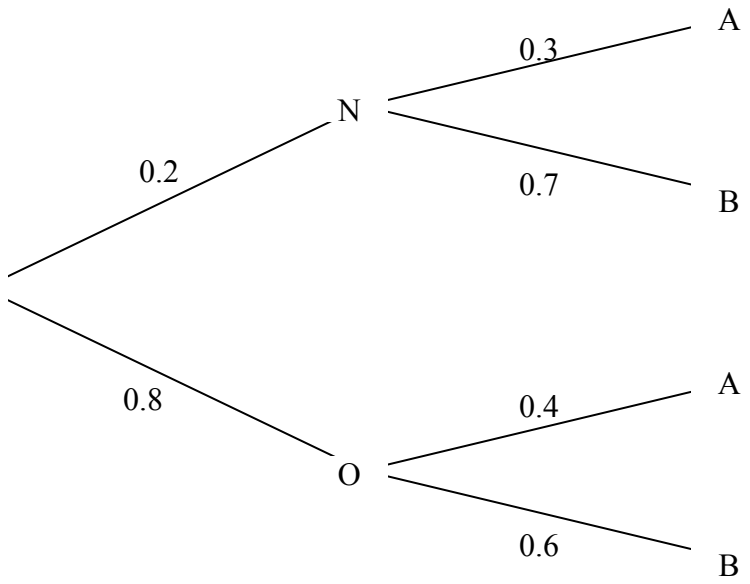
II. 1. Réponse b :
Car $g$ étant décroissante sur [0 ; 4] par conséquent $g'(x) < 0$ sur cet intervalle et le seule courbe correspondant à cette condition est lab.

2. Réponse d :
Car la courbe représentative de $g$ coupe l'axe des abscisses en trois points.

3. Réponse c.
L'équation de la tangente au point d'abscisse 4 est de la forme :
$y = g'(4)(x - 4) + g(4) \Leftrightarrow y = -2$ car $g'(4) = 0$ d'après le graphique de la courbe de $g'$

**Exercice 2 :**

1. a. La probabilité $p(\mathrm{N})$ de l'évènement $N$, $p(N) = 0{,}2$ car 20% de ses ventes concernent des voitures neuves
b. $p_N(A) = 0{,}3$ car 3 véhicules sur 10 sont de la marque A
2.




3. $p(\mathrm{O}) = 1 - p(\mathrm{N}) = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$
$p_N(B) = 1 - p_N(A) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$
a. $p(B \cap N) = p(B) \times p_N(B) = 0{,}2 \times 0{,}7 = 0{,}14$
Donc la probabilité que la fiche concerne un client ayant acheté une voiture neuve de marque B est 0.14
b. Le concessionnaire constate que 62% des clients ont acheté une voiture de marque B, par conséquent $p(\mathrm{B}) = 0{,}62$
$N$ et $O$ forment une partition de l'univers donc d'après la formule de probabilité totale on a :
$p(\mathrm{B}) = p(\mathrm{N} \cap \mathrm{B}) + p(\mathrm{O} \cap \mathrm{B})$
$p(\mathrm{O} \cap \mathrm{B}) = p(B) - p(\mathrm{N} \cap B) = 0{,}62 - 0{,}14 = 0{,}48$
c. $p_O(B) = \dfrac{p(O \cap B)}{p(O)} = \dfrac{0{,}48}{0{,}8} = 0{,}6$
Donc la probabilité que le véhicule soit de la marque B sachant qu'il a été acheté d'occasion est de 0.6

4. Les évènements B et O sont indépendants si
$p(\text{B} \cap \text{O}) = 0{,}48$ et $p(\text{B}) \times p(\text{O}) = 0{,}62 \times 0{,}8 = 0{,}496$ donc $p(\text{B} \cap \text{O}) \neq p(\text{B}) \times p(\text{O})$
Donc les évènements ne sont pas indépendants.

**Exercice 3**

Partie A

1. $\dfrac{0{,}58 - 0{,}46}{0{,}46} \times 100 = 26{,}1$

Donc le taux d'évolution du prix du timbre entre 2002 et 2010 est de 26.1%

2. Soit T le taux global entre 2002 et 2010. Soit t le taux annuel moyen. Il y a 8 évolutions successives entre 2002 et 2010 donc :
$(1 + t)^8 = 1 + \text{T} \Leftrightarrow t = 1.261^{1/8} - 1 \approx 0.029$
Donc le taux d'évolution annuel moyen du prix du timbre entre 2002 et 2010 est d'environ 2.9%

3. L'ARCEP a décidé qu'entre 2009 et 2011 le taux d'évolution annuel moyen du prix du timbre-poste ne pourrait dépasser 2,3%.
Si le prix du timbre augmente de 1 centime en 2011, la décision de l'ARCEP ne peut être respectée. En effet, calculons le coefficient multiplicateur pour passer de 0,56 à 0,59. Il vaut
$\dfrac{0{,}59}{0{,}56} = 1{,}054$. Le taux moyen vaut alors après deux augmentations $1{,}054^{1/2} - 1 \approx 1.027$ soit 2.7%

Partie B

1. La suite $(v_n)$ est une suite géométrique car chaque terme sauf le premier, se déduit du précédent en le multipliant par 1,023. La raison de cette suite est 1,023.
2. La formule qui, écrite dans la cellule B3, permet d'obtenir, par recopie vers le bas, la plage de cellules B4 : B10 est « =B2*1,023 »
3. En 2017, $n = 5$, le prix du timbre en 2017 serait $u^5 = 0{,}59 \times 1{,}023^5 \approx 0{,}66$
4. Selon ce modèle, le prix du timbre-poste dépasserait 75 centimes d'euro en 2023 car $u_{10} \approx 0{,}74$ et $u_{11} \approx 0{,}76$

**Exercice 4**

1. Contrainte liée au nombre de clients :
- un bungalow peut recevoir 6 personnes, $x$ bungalows $6x$ personnes
- un mobil-home peut recevoir 4 personnes, $y$ mobil-homes $4y$ personnes
- le maximum étant de 240 personnes, s'il installe $x$ bungalows et $y$ mobil-homes on a l'inégalité

$6x + 4y < 240$ (1)

Contrainte liée au nombre d'installations,
- il ne peut y avoir plus de 50 bungalows ou mobil homes. S'il accorde les emplacements à $x$ bungalows et à $y$ mobil-homes on a l'inégalité $x + y < 50$ (2)

Contraintes implicites : les nombres $x$ et $y$ doivent être des nombres entiers. Donc $x > 0$ (3) $y > 0$ (4)

On obtient donc le système : $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x + y < 50 \\ 6x + 4y < 240 \end{cases}$

2. $x$ et $y$ sont des nombres entiers

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x + y < 50 \\ 6x + 4y < 240 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ y < -x + 50 \\ 4y < -6x + 240 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ y < -x + 50 \\ y < -\dfrac{6}{4}x + \dfrac{240}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ y < -x + 50 \\ y < -1.5x + 60 \end{cases}$$

Voir graphique ci-après

3. a. 10 bungalows et 35 mobil-homes. Oui, cela correspond au point A sur le graphique et il appartient à l'ensemble solution.
b. 30 bungalows et 20 mobil-homes. Non, cela correspond au point B sur le graphique et il n'appartient pas à l'ensemble solution.
4. a. La location de $x$ bungalows lui apportent $500x$ euros, celle des $y$ mobil–homes lui apporte $400y$ euros, d'où $R = 500x + 400y$.

b. Une équation de la droite ($d$) correspondant à un revenu hebdomadaire de 12 000 € est :
$12000 = 500x + 400y$, en simplifiant $4y = -5x + 120$.

L'équation réduite de ($d$) est $y = -\frac{5}{4}x + 30$. ($d$) est tracée sur le graphique.

c. Toutes les droites de recette sont parallèles à la droite ($d$) car elles ont même coefficient directeur.
On cherche parmi celles-ci, celle qui aura une ordonnée à l'origine la plus grande possible et dont l'intersection avec le polygone solution est non vide.
En traçant des parallèles, on trouve le point marqué par un astérisque. Ses coordonnées sont (20 ; 30). C'est le point d'intersection de ($d_1$) et de ($d_2$). Les contraintes sont maximales.
d. Le propriétaire pour obtenir le revenu maximum doit acquérir 20 bungalows et 30 mobil homes.
Son revenu sera alors de 500 × 20 + 400 × 30 soit 22 000 euros.